АЛГЕБРА
ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ

Логарифмічні нерівності зводяться до найпростіших за допомогою методів логарифмічних рівнянь

При розв'язуванні найпростіших логарифмічних нерівностей виду $\log_a f(x) > b$

Якщо $a > 1$, *тоді* $f(x) > a^b$ *знак нерівності зберігається*

Якщо $0 < a < 1$, *тоді* $f(x) < a^b$ *знак нерівності змінюється на протилежний*

Розв'язування нерівностей виду $\log_a f(x) > b, \quad \log_a f(x) < b$

1. Знайти ОДЗ;
2. Виконати перехід до нерівності, яка не містить логарифма, використовуючи властивості логарифмічної функції;
3. Розв'язати одержану нерівність;
4. В відповідь записати ті розв'язки нерівності, які задовольняють ОДЗ.

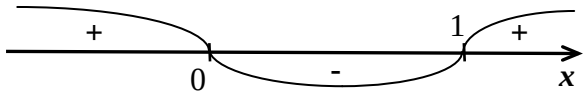
Задача 1. Розв'язати нерівність $\log_8\left(x^2 - x\right) \le \frac{1}{3}$

Розв'язок

ОДЗ: $x^2 - x > 0$

$x(x-1) > 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$



Основа логарифма $8 > 1$, тому $x^2 - x \le 8^{\frac{1}{3}}$

$x^2 - x - 2 \le 0$

$x^2 - x - 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{array}\right.$

Враховуючи ОДЗ $x \in [-1; 0) \cup (1; 2]$

<u>Відповідь:</u> $x \in [-1; 0) \cup (1; 2]$

Розв'язування нерівностей виду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$

1. Знайти ОДЗ
2. Виконати перехід до нерівності, яка не містить логарифма, використовуючи властивості логарифмічної функції;
3. Розв'язати одержану нерівність;
4. В відповідь записати ті розв'язки нерівності, які задовольняють ОДЗ.

При розв'язуванні логарифмічних нерівностей виду $\log_a f(x) > \log_a g(x)$

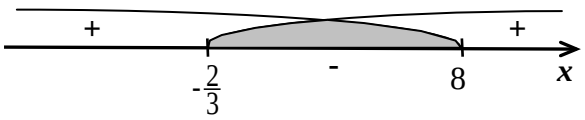
Якщо $a > 1$, *тоді* $f(x) > a^b$ *знак нерівності зберігається*

Якщо $0 < a < 1$, *тоді* $f(x) < a^b$ *знак нерівності змінюється на протилежний*

Задача 2. Розв'язати нерівність: $\lg(8-x) > \lg(3x+2)$

Розв'язок

ОДЗ: $\begin{cases} 8-x>0 \\ 3x+2>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x<8 \\ x>-\frac{2}{3} \end{cases}$



$x \in \left(-\frac{2}{3};8\right)$

Основа логарифма $10>1$, тобто $8-x>3x+2$

$-4x>-6$

$x<1,5$

Враховуючи ОДЗ , маємо $x \in \left(-\frac{2}{3};1,5\right)$

<u>Відповідь:</u> $x \in \left(-\frac{2}{3};1,5\right)$.

Розв'язування нерівностей виду $m\log_a^2 x + n\log_a x + k > 0$

1. Знайти ОДЗ;
2. Зробити змінну $t=\log_a x$;
3. Розв'язати нервність $mt^2+nt+k>0$;
4. Виконати обернену замінну змінної.
5. Записати відповідь, враховуючи ОДЗ.

Задача 3. Розв'язати нерівність: $2\log_{0,5}^2 x - 3 > -5\log_{0,5} x$

Розв'язок

ОДЗ: $x>0$

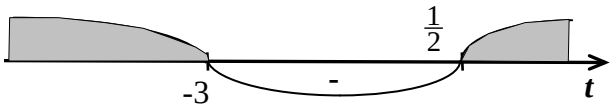
Нехай $t=\log_{0,5} x$, тоді $2t^2-3>-5t$

$2t^2+5t-3>0$

$2t^2+5t-3=0$

$D=5^2-4\cdot 2\cdot(-3)=49$

$\left[\begin{array}{l} t_1=0,5 \\ t_2=-3 \end{array}\right.$

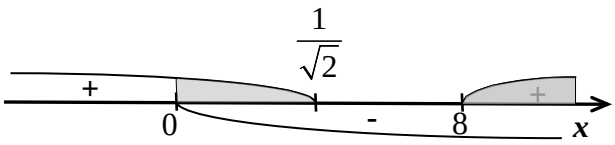


$t \in (-\infty;-3) \cup (0,5;+\infty)$ тобто $\begin{array}{l} t<-3 \\ t>0,5 \end{array}$

$\log_{0,5} x < -3$ і $\log_{0,5} x > 0,5$

$x>0,5^{-3}$ $\quad$ $x<0,5^{0,5}$

$x>8$ $\quad$ $x<\frac{1}{\sqrt{2}}$



<u>Відповідь:</u> $x \in \left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cup (8; +\infty)$

Розв'язування нерівностей за допомогою логарифмування

1. Знайти ОДЗ;
2. Прологарифмувати обидві частини рівняння за однією основою;
3. Спростити та розв'язати одержане рівняння;
4. Записати відповідь, враховуючи ОДЗ.

Задача 4. Розв'язати нерівність: $x^{1+\lg x} < 100$

Розвязок

ОДЗ: $x > 0$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння за основою 10

$\lg x^{1+\lg x} < \lg 100$

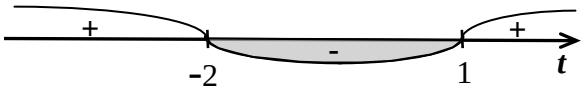
$(1+\lg x)\lg < 2$

$\lg^2 x + \lg x - 2 < 0$

$$t^2 + t - 2 < 0$$

Нехай $t = \lg x$, тоді $t^2 + t - 2 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{array}\right.$$

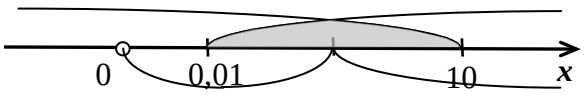


$t \in (-2;1)$ або $-2 < t < 1$

$-2 < \lg x < 1$

$0,01 < x < 10$

Враховуючи ОДЗ маємо, $x \in (0,01;10)$



<u>Відповідь:</u> $x \in (0,01;10)$

Розв'язування нерівностей з застосуванням формули $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

1. Знайти ОДЗ
2. Звести до однієї основи логарифми і розв'язати отриману нерівність
3. Записати в відповідь ті розв'язки, які задовольняють ОДЗ.

Задача 5.

Розв'язати нерівність: $\log_3 x > 4\log_x 3 - 3$

Розв'язок

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$ $x \in (0;1) \cup (1;+\infty)$

$$\log_3 x > 4\frac{1}{\log_3 x} - 3$$

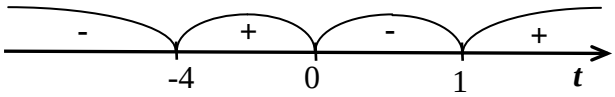
$$\log_3 x - 4\frac{1}{\log_3 x} + 3 > 0$$

Нехай $\log_3 x = t$

$$\frac{t^2 + 2t - 4}{t} > 0$$

$$t^2 + 2t - 4 = 0, \quad t \neq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = -4 \\ t_2 = 1 \end{array}\right.$$

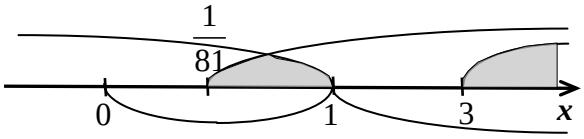


$$t \in (-4;0) \cup (1;+\infty)$$

$$\begin{cases} t > -4 \\ t < 0 \end{cases}$$

Повертаємося до заміни $\begin{cases} \log_3 x > -4 \\ \log_3 x < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 3^{-4} \\ x < 3^0 \end{cases}$ $\begin{cases} x > \frac{1}{81} \\ x < 1 \end{cases}$

і $t > 1$ $\log_3 x > 1, \Rightarrow$ x>3



Враховуючи ОДЗ маємо, $x \in \left(\frac{1}{81};1\right) \cup (3;+\infty)$

<u>Відповідь:</u> $x \in \left(\frac{1}{81};1\right) \cup (3;+\infty)$.

Тематичні тести

1. Знайти множину розв’язків нерівності $\log_3(x-4) \leq \log_3 8$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;12)$	$(-\infty;12]$	$[4;12]$	$(4;12]$	$(0;12]$

2. Знайти множину розв’язків нерівності $\log_5 x < 2$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;25)$	$(25;+\infty)$	$(0;25)$	$(0;2)$	$(-\infty;2)$

3. Вказати найменший цілий розв'язок нерівності $\log_{0,5}(x+3)<-1$

А	Б	В	Г	Д
-1	0	1	2	3

4. Скільки цілих розв'язків має нерівність $-2<\log_{0,2}x<3$

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	жодного	Більше, ніж три

5. Розв'язати нерівність $\log_2(x+3)+\log_2 x\le 2$

А	Б	В	Г	Д
$(0;1]$	$(0;1)$	$[-4;-1]$	$(-4;-1)$	$[1;+\infty)$

6. Розв'язати нерівність $\log_{0,2}x>\log_{0,2}5$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;5)$	$(5;+\infty)$	$(0;5)$	$(-\infty;0)\cup(5;+\infty)$	$(0;+\infty)$

7. Яка множина розв'язків нерівності $\lg^2 x-4\lg x+3\ge 0$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$	$(0;1]\cup[3;+\infty)$	$[10;1000]$	$(-\infty;10]\cup[1000;+\infty)$	$(0;10]\cup[1000;+\infty)$

8. Знайдіть цілі розв'язки нерівності $\log_{0,5}9\cdot\log_2(x+4)>0$

А	Б	В	Г	Д
-3;0	-4;-3	9	-5;-6	$\varnothing$

9. Розв'язати нерівність $\log_4(2x-1)\le\log_4(x+3)$

А	Б	В	Г	Д
$(0,5;4]$	$(0,5;4)$	$[0,5;4)$	$(3;4)$	$(-3;4]$

10. Розв'яжіть нерівність $\log_2 x<b,$ використавши рисунок

А	Б	В	Г	Д
$(0;2^b)$	$(0;b)$	$(-\infty;2^b)$	$(\log_2 b;+\infty)$	$(-\infty;b)$

ГЕОМЕТРІЯ

Опрацювати тему **17. КОНУС** . Вивчити формули . Розв'язати задачі та тести.

ЛОГІКА

Задача 1. Як можна тричі поспіль наповніть порожнє відро, при цьому жодного разу не спустошуючи його?

Відповідь:

Можна: спочатку камінням, зверху - піском, а потім - водою.

Задача 2. Назвіть два числа, в яких кількість цифр дорівнює кількості букв в їх назвах.

Відповідь:

Сто - три букви і 100 - три цифри; мільйон - 7 букв і 1000000- 7 цифр