Завдання на карантин 30.03.20-05.04.20

АЛГЕБРА

Тема: "ПОКАЗНИКОВА ФУНКЦІЯ"

Показникова функція $y = a^x, a > 0 > a \neq 1$

Функцію виду $y = a^x, a > 0 > a \neq 1$, називають показниковою (з основою a)

Наприклад , функції $y = 7^x, y = 0{,}8^x, y = \left(\frac{3}{8}\right)^x$ - показникові.

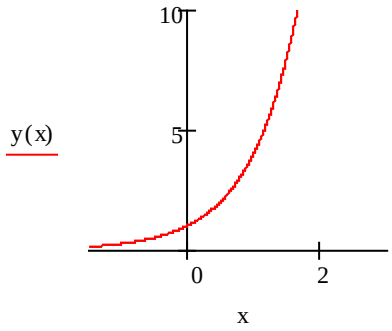
Для чого потрібні обмеження $y = a^x, a > 0 > a \neq 1$**?**

- Якщо $a = 0, x \leq 0$, то вираз a^x не має змісту. Наприклад , вирази $0^{-2}, 0^{-0,4}, 0^0$ - не визначені
- Якщо $0 < a < 1$, x – дріб, що не можна скоротити із парним знаменником, то вираз a^x не має змісту. Наприклад, $(-3)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(-3)^3}$ не має змісту
- Якщо $a = 1$, то кожне значення $1^x = 1$, тобто функція є сталою.

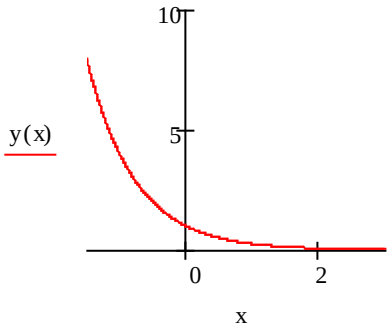
Основні властивості

1. Область визначення – множина всіх дійсних чисел $D(y): x \in (-\infty; +\infty)$;
2. Область значень - $E(y): y[1; +\infty)$;
3. Точки перетину з осями координат:
   Вісь Ox – не перетинає
   Вісь Oy – перетинає в точці: $x = 0; y = 1$;
4. Функція не є парною ні непарною;
5. Якщо $a > 1$, тоді $a^{x_1} < a^{x_2}$, якщо $x_1 < x_2$
   Якщо $0 < a < 1$, тоді $a^{x_1} > a^{x_2}$, якщо $x_1 < x_2$
6. Функція при $a > 1$ зростає
   Функція при $0 < a < 1$ спадає.
7. Графік функції

$y = a^x, a > 1$



$y = a^x, 0 < a < 1$



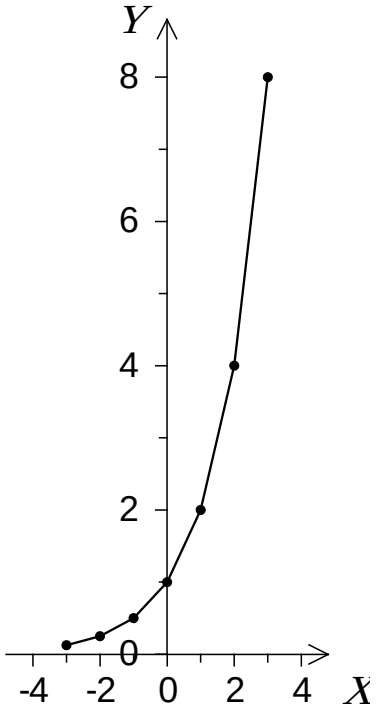
Графік показникової функції називається ***експонентою***. Графіки функцій $y = a^x, a > 1$ і $y = a^x, 0 < a < 1$ симетричні відносно осі ординат.

Побудова графіка показникової функції

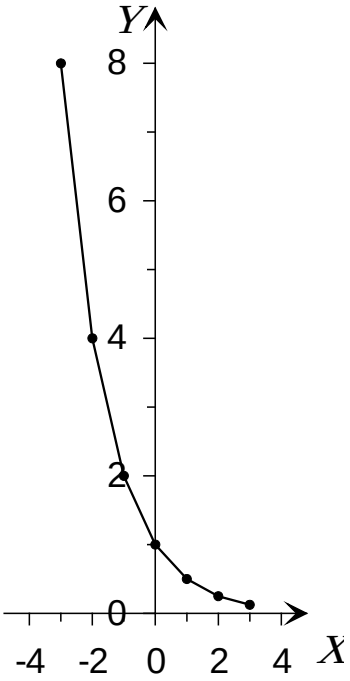
1. Скласти таблицю значень для функції $y = a^x$;
2. Відмітити на координатній площині отримані точки;
3. Послідовно з'єднати кривою відмічені точки;

Приклад

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



Основні показникові тотожності (основні властивості степенів)

- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $\left(a^x\right)^y = a^{xy}$
- $(ab)^x = a^x b^x$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$
- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$
- $a^0 = 1, a \neq 0$
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

ПРИКЛАДИ РОЗВЯЗУВАННЯ

Задача 1. Що можна сказати про числа m та n, якщо $3^m < 3^n$?

Розв'язок

Оскільки основа степеня більша за 1, то показникова функція $y = 3^x$ є зростаючою. Отже, за властивостями зростаючою функції, ця нерівність виконується при $m < n$.

Задача 2. Що можна сказати про числа m та n, якщо $0{,}2^m < 0{,}2^n$?

Розв'язок

Оскільки основа степеня менша за 1, то показникова функція $y = 0{,}2^x$ є спадною. Отже, за властивостями спадної функції, ця нерівність виконується при $m > n$.

Задача 3. Що можна сказати про додатну основу, якщо $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{2}{5}}$?

Розв'язок

Це означає, що значення показникової функції із зростанням аргументу спадають, тобто це можливо тільки, якщо $0 < a < 1$.

Задача 4. Що можна сказати про число m, якщо $3^m < 2$?

Розв'язок

Оскільки функція зростає, то $m > 1$.

Задача 5. Знайдіть найбільше і найменше значення функції $y = 3^x$ на відрізку $[-4;3]$.

Розв'язок

Оскільки функція $y = 3^x$ зростає на відрізку $[-4;3]$, то найменшого значення вона набуває при $x = -4$, а найбільшого при $x = 3$. Отже, $\min\limits_{[-4;3]} y(x) = y(-4) = 3^{-4} = \frac{1}{81}$

$\max\limits_{[-4;3]} y(x) = y(3) = 3^3 = 27$.

Задача 6. Порівняйте значення виразів.

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ і $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.

Розв'язок

Функція $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ є спадною $\left(\frac{2}{3}<1\right)$, тому із нерівності $-3>-5$ отримаємо $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}<\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.

Задача 7. Порівняйте значення виразів.

$\left(\sqrt{5}\right)^4$ і $\left(\sqrt{5}\right)^3$.

Розв'язок

Функція $y=\left(\sqrt{5}\right)^x$ - зростає $\left(\sqrt{5}>1\right)$, тому із нерівності $4>3$ отримаємо $\left(\sqrt{5}\right)^4>\left(\sqrt{5}\right)^3$.

Задача 8. Порівняйте із числом 1 додатне число a, якщо $a^4>a^7$

Розв'язок

Оскільки $4<7$, а за умовою $a^4>a^7$, то функція a^x є спадною, тобто $0<a<1$

Задача 9. Порівняйте із числом 1 додатне число a, якщо $a^{-\frac{1}{3}}<a^{-\frac{1}{5}}$

Розв'язок

Оскільки $-\frac{1}{3}<-\frac{1}{5}$, а за умовою $a^{-\frac{1}{3}}<a^{-\frac{1}{5}}$, то функція a^x є зростаючою, тобто $a>1$

Тематичні тести

1.Яка з функцій є показниковою?

А	Б	В	Г	Д
$y=x^3$	$y=2^x$	$y=\sqrt{x}$	$y=x^{\frac{1}{5}}$	$y=5$

2. Укажіть, яка з даних функцій є зростаючою

А	Б	В	Г	Д
$y=0{,}5^x$	$y=\left(\frac{1}{6}\right)^x$	$y=8^x$	$y=3^{-x}$	$y=4$

3. Укажіть, яка з даних функцій є спадною

А	Б	В	Г	Д
$y=5^x$	$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$	$y=3$	$y=0{,}2^x$	$y=0{,}3^{-x}$

4. Знайдіть область значень функції $y=2^x+1$

А	Б	В	Г	Д
$[2;\infty)$	$[1;\infty)$	$[0;\infty)$	$(2;\infty)$	$(-\infty;\infty)$

5. Вкажіть правильну нерівність

А	Б	В	Г	Д
$5^3<5^{\sqrt{2}}$	$\left(\frac{\pi}{4}\right)^{-2,7}>\left(\frac{\pi}{4}\right)^{-2,3}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{6}}>\left(\sqrt{2}\right)^3$	$0{,}3^{0,4}<0{,}3^{0,5}$	$6^{-\frac{1}{3}}<1$

6. Чи є правильним твердження :
   I. Найбільше значення функції $y = 0{,}2^x$ на проміжку $[-1;2]$ дорівнює 5;
   II. Областю визначення функції $y = 2 + 7^x$ є множина дійсних чисел;
   III. Областю значень функції $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x - 3$ є проміжок $(-3;\infty)$;
   IV. Найменше значення функції $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ на проміжку $[-2;2]$ дорівнює 16.

А	Б	В	Г	Д
II та III	всі	I, II та IV	I та II	II та IV

7. Якщо $a > 1$. Які з виразів є правильними?
   I. $a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{3}{4}}$
   II. $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{2}}$
   III. $a^{-0,2} > a^{1.3}$
   IV. $a^{-\sqrt{8}} < a^{2,3}$

А	Б	В	Г	Д
II та III	всі	I, IV	I та II	II та IV

8. Якщо $0 < a < 1$. Які з виразів є правильними?
   I. $a^{-\frac{1}{6}} > a^{\frac{3}{4}}$
   II. $a^{\sqrt{5}} < a^{\sqrt{2}}$
   III. $a^{-0,2} > a^{-0,25}$
   IV. $a^{\frac{\pi}{2}} < a^{\frac{\pi}{3}}$

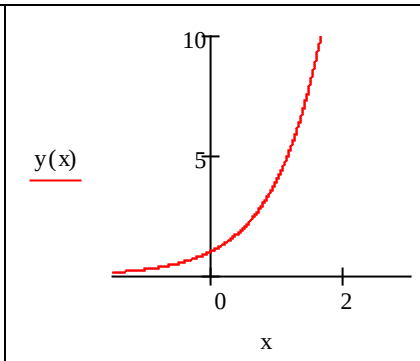
А	Б	В	Г	Д
I та III	всі	I, IV	I та II	II та IV

9. В якому з випадків число $a > 1$:
   I. $a^{100} > a^{99}$
   II. $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{7}}$
   III. $a^{-\frac{1}{17}} < a^{-\frac{1}{8}}$
   IV. $a^{0,2} < a^{\frac{1}{3}}$

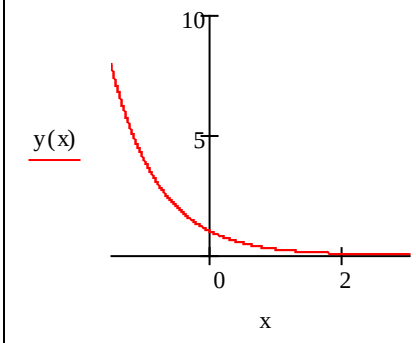
А	Б	В	Г	Д
I та III	всі	I, IV	I та II	II та IV

10. На одному з рисунків зображено графік функції $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$. Укажіть цей рисунок.

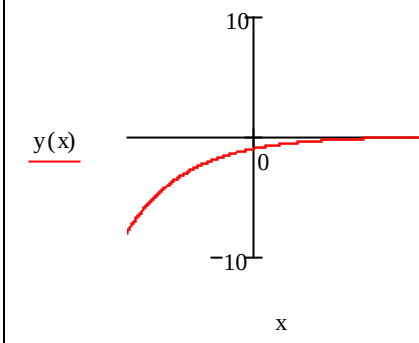
А



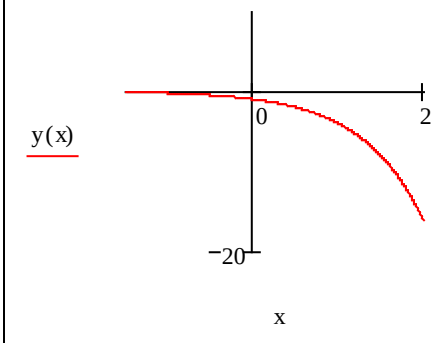
Б



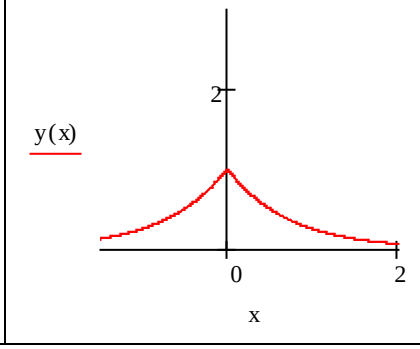
В



Г



Д



ГЕОМЕТРІЯ

Тема : "ПРИЗМА"

Необхідно згадати:

Площа трикутника.

- $S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$.
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона).
- $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\gamma$
- $S = \frac{abc}{4R}$,
- $S = pr$, a, b, c – сторони трикутника, h_a, h_b, h_c висоти, $p = \frac{a+b+c}{2}$ півпериметр, R - радіус описаного кола, r - радіус вписаного кола, γ – кут, що лежить між сторонами a та b.

Окремі випадки

Рівносторонній трикутник:

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, a – сторона трикутника.

Радіус описаного кола $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Радіус вписаного кола $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

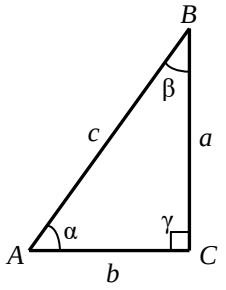
Прямокутний трикутник

Площа трикутника :

$S = \frac{1}{2} a \cdot b$, де a, b — катети.

Радіус описаного кола $R = \frac{c}{2} = m_c$, де c – гіпотенуза, m_c - медіана, яка проведена до гіпотенузи.

Теорема Піфагора $a^2 + b^2 = c^2$.



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$ctg\alpha = \frac{b}{a}$$

Теорема синусів

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

Теорема косинусів

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$;
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$;
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$.

(a, b, c - сторони трикутника, які лежать проти кутів α, β, γ відповідно , R - радіус описаного кола)

Площі чотирикутників:

Площа паралелограма:

- $S = a \cdot b \cdot \sin\gamma$, де $a, b -$ сторони паралелограма, γ — кут,
- $S = a \cdot h_a$, h_a -висота, проведена до сторони a.
- $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi$, $\varphi -$ кут між діагоналями .

Зв'язок між сторонами та діагоналями паралелограма $2\left(a^2 + b^2\right) = d_1^{\,2} + d_2^{\,2}$, d_1, d_2 - діагоналі.

Ромб.

Площа ромба:

- $S = a^2 h$;
- $S = a^2 \sin\gamma$;
- $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$.

Зв'язок між сторонами та діагоналями ромба

$d_1^{\,2} + d_2^{\,2} = 4a^2$.

Прямокутник та квадрат

Площа прямокутника $S = a \cdot b$.

Площа квадрата $S = a^2$

Трапеція

- $S = \dfrac{a+b}{2} h$.

- $S = \dfrac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi$, $\varphi -$ кут між діагоналями

Опрацювати тему **14. ПРИЗМА . Вивчити формули**

Пряма призма

Площа бічної поверхні: $S_{біч} = P \cdot A_1A_2 = P \cdot H$, де P - периметр основи призми, A_1A_2 - довжина бічного ребра.

Повна поверхня: $S_n = S_б + 2S_{осн}$

Об'єм призми: $V = S_{осн.} \cdot H$

Похила призма

Площа бічної поверхні: $S_{біч} = P \cdot A_1A_2$, де P - периметр перерізу, перпендикулярного до бічного ребра.

Повна поверхня: $S_n = S_б + 2S_{осн}$

Об'єм призми: $V = S_{осн.} \cdot H$

Паралелепіпед та куб

Площа бічної поверхні: $S_{біч} = P \cdot H = 2(a+b)c$,

Повна поверхня: $S_n = S_б + 2S_{осн} = 2(ab + bc + ac)$,

Об'єм прямокутного паралелепіпеда: $V = S_{осн} H = a \cdot b \cdot c$.

Куб

Площа бічної поверхні: $S_{біч} = P \cdot H = 4a^2$,

Повна поверхня: $S_n = S_б + 2S_{осн} = 6a^2$,

Об'єм куба: $V = a^3$

РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧИ та ПРОЙТИ ТЕСТ

ОБОВ'ЯЗКОВО!!!! КОЖНИЙ ДЕНЬ ПОВТОРЯТИ ФОРМУЛИ/